

Задача 2: «Цикл Стирлинга и регенерация»

В некоторых тепловых двигателях для повышения их коэффициента полезного действия (КПД) используют *регенерацию*. Так называют возвращение части количества теплоты, которое передается холодильнику, обратно к рабочему телу. В дальнейшем будем называть это возвращаемое количество теплоты «регенерируемым количеством теплоты», и будем обозначать его Q_R . Возможны разные схемы осуществления регенерации: 1) передача Q_R через специальный теплообменник (*регенератор*); 2) передача Q_R рабочему телу второй тепловой машины, подключенной «параллельно» первой машине; 3) перекачка Q_R с помощью *теплового насоса* (такие устройства также называют холодильными установками – они работают как тепловые машины с «обратным» циклом).

Часть I: параллельные тепловые машины с регенерацией.

Рассмотрим вторую из перечисленных схем. Для *двигателей Стирлинга* проблема низкого КПД очень существенна, и для них использование регенераторов актуально. Цикл рабочего тела (РТ) в таких двигателях с хорошей точностью можно описать как цикл, составленный из двух изохор и двух изотерм.

Пусть у нас есть два двигателя Стирлинга, подключенных «параллельно» друг другу. Они получают теплоту от общего нагревателя и совершают полезную работу над одним и тем же объектом (например, поршнем или валом), но работают в противофазе. Когда один из этих двигателей совершает положительную работу в процессе изотермического расширения, второй проходит стадию изотермического сжатия, и наоборот. Регенерация осуществляется с помощью «управляемого теплообмена». Рабочее тело РТ1 (первого двигателя) с температурой T_H , отвечающей «горячей» изотерме, в начале изохорного охлаждения приводится в тепловой контакт с рабочим телом РТ2 (второго двигателя), имеющим в этот момент температуру «холодной» изотермы T_C (в начале процесса изохорного нагревания). Теплообмен происходит при постоянном объеме, и в ходе теплообмена РТ1 остывает до некоторой температуры T'_H , а РТ2 нагревается до некоторой температуры T'_C . При этом теплообменом РТ1 и РТ2 с другими телами можно пренебречь. Затем тепловой контакт разрывается, и далее РТ1 остывает, отдавая теплоту в окружающую среду, а РТ2 продолжает нагревание, получая теплоту от нагревателя. На второй половине цикла процессы повторяются, только РТ1 и РТ2 «меняются ролями». В качестве РТ1 и РТ2 используются одинаковые количества газа, который можно считать идеальным.

Пусть температура T_H больше T_C на $\delta \equiv \frac{T_H - T_C}{T_H} = 28\%$, а КПД двигателя Стирлинга без регенерации $\eta_0 = 21\%$. Назовем «*коэффициентом регенерации*» отношение Q_R к полному количеству теплоты Q_+ , получаемому РТ двигателя (работающего с регенерацией) за один цикл: $r \equiv \frac{Q_R}{Q_+}$.

1.1. При каких значениях T'_H и T'_C коэффициент r будет максимально возможным для данной схемы регенерации? В ответе выразите искомые температуры через T_H и T_C .

1.2. Чему равно максимально возможное значение r ? Ответ запишите в виде формулы (выразите через величины, заданные в условии задачи), и вычислите в процентах с точностью до десятых долей.

1.3. Найдите КПД двигателя с максимальной регенерацией, если полезная работа составляет $k = \frac{7}{8}$ от общей работы, совершаемой РТ1 и РТ2 (то есть $1 - k = \frac{1}{8}$ указанной работы –

это механические потери: на трение в узлах двигателя и т.д.). Ответ запишите в виде формулы (выразите через величины, заданные в условии задачи), и вычислите в процентах, при необходимости округлив до ближайшего целого.

Часть II: необычное вещество.

Пусть в нашем распоряжении оказалось некоторое количество весьма необычного вещества. Нам известна следующая информация об этом веществе:

- его теплоемкость в изобарном процессе зависит от абсолютной температуры: $C_p = \beta(p) \cdot T$, а совершенная этим веществом работа и полученное им количество теплоты в изобарном процессе связаны соотношением $A = -\frac{1}{2}Q$;
- зависимость его теплоемкости в изохорном процессе от температуры выражается формулой $C_V = \gamma(V) \cdot T^3$, а уравнение изохоры приводится к виду $p \cdot T^l = \text{const}$, где l – постоянный показатель степени;
- при $T \rightarrow 0$ объем и внутренняя энергия этого вещества стремятся к нулю при любом конечном давлении, и внутренняя энергия растет с ростом температуры.

- 2.1. Запишите уравнение изобарического процесса для этого вещества в координатах температура-объем.
- 2.2. Запишите (с точностью до положительного постоянного множителя) калорическое уравнение состояния этого вещества, то есть уравнение, связывающее внутреннюю энергию с температурой и объемом $U = U(V, T)$.
- 2.3. Запишите (используя тот же положительный постоянный множитель) термическое уравнение состояния этого вещества, то есть уравнение, связывающее давление с температурой и объемом $p = p(V, T)$.

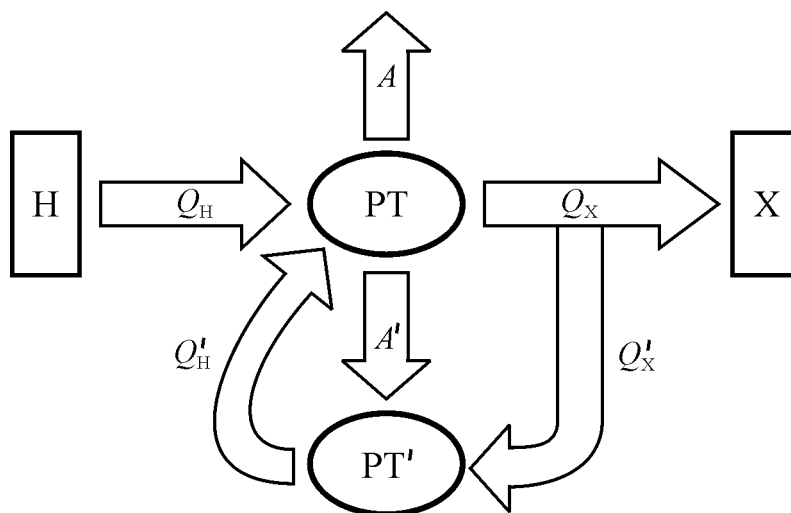
Указание: как и для всякой термодинамической системы, термическое и калорическое уравнения состояния для этого вещества удовлетворяют соотношению

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{T=\text{const}} = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{V=\text{const}} - p.$$

- 2.4. Выразите внутреннюю энергию этого вещества через его давление и объем. Запишите уравнение адиабаты этого вещества в координатах давление-объем.

Часть III: регенерация с помощью теплового насоса.

Рассмотрим еще один способ регенерации, когда часть работы РТ тепловой машины совершается над РТ' теплового насоса. За счет этой работы тепловой насос возвращает часть количества теплоты, отдаваемой РТ холодильнику при охлаждении, обратно к РТ на стадии нагревания. Схема действия такого устройства показана на рисунке.



Пусть в нем РТ – постоянное количество того же идеального газа, что и в части I задачи, совершающее цикл Стирлинга с теми же параметрами (теперь нам известно, что идеальный газ, используемый в качестве РТ, трехатомный). При этом РТ' – постоянное количество вещества, рассмотренного в части II задачи, также совершающее цикл Стирлинга. В этом цикле отношение максимальной абсолютной температуры к минимальной абсолютной температуре, а также отношение максимального объема к минимальному точно такие же, как и в цикле РТ.

Эффективность теплового насоса характеризуется его *холодильным коэффициентом* $\chi \equiv \frac{Q'_X}{A'}$ –

отношением «отнятого» от более холодного тела количества теплоты к работе, затраченной на приведение в действие теплового насоса.

3.1. Вычислите холодильный коэффициент цикла Стирлинга с веществом из части II и параметрами, указанными в части I. Ответ приведите в процентах, с точностью до целого значения.

3.2. Найдите КПД двигателя с таким способом регенерации, если соотношение количеств вещества таково, что коэффициент регенерации $r \equiv \frac{Q'_H}{Q_+} = \frac{Q'_H}{Q_H + Q'_H} = 0,5$, а полезная

работа составляет $k = \frac{7}{8}$ работы A . Ответ приведите в процентах, с точностью до десятых.